ПРАКТИКУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 2 - *материјали за 6.4.2020.*

РАНГ МАТРИЦА, КРОНЕКЕР – КАПЕЛИЈЕВА ТЕОРЕМА И ЛИНЕАРНА ЗАВИСНОСТ ВЕКТОРА

Ивана Јововић, ivana@etf.rs
Данијела Бранковић, danijela@etf.rs

1. ТЕСТ ОСНОВНОГ ЗНАЊА (11)

1. Одредити вредности реалног параметра a за које је ранг матрице $A=\begin{bmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 3 & a & 5 \\ 1 & 7 & 3 \end{bmatrix}$ мањи од 3.

$\left(\operatorname{rang} A = 2 \text{ за } a = 5\right)$ ***(фебруар 2019.)***

2. Одредити вредности реалног параметра a за које је ранг матрице $A=\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & a \end{bmatrix}$ најмањи.

$\left(\operatorname{rang} A = 2 \text{ за } a = 3\right)$ ***(октобар 2018.)***

3. Одредити вредности реалног параметра a за које је ранг матрице $A=\begin{bmatrix} 2 & -5 & -2 \\ 1 & -2 & 0 \\ -3 & 7 & a \end{bmatrix}$ најмањи.

$\left(\operatorname{rang} A = 2 \text{ за } a = 2\right)$ ***(јун 2018.)***

4. Одредити вредности реалног параметра a за које је ранг матрице $A=\begin{bmatrix} 1 & a \\ 2a & a \end{bmatrix}$ најмањи.

$\left(\operatorname{rang} A = 1 \text{ за } a = 0, \text{ или } a = \frac{1}{2}\right)$ ***(фебруар 2018.)***

5. Одредити вредности реалног параметра a за које је систем линеарних алгебарских једначина

$x+y+az=0$

$x-2y+z=0$ сагласан.

$ax-y-z=0$

(Хомоген систем линеарних алгебарских једначина је увек сагласан) ***(октобар 2017.)***

6. Одредити ранг матрице $A=\begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & -1 & 3 \\ 3 & -2 & 5 \\ 6 & -4 & 10 \end{bmatrix}$. $(\operatorname{rang} A = 2)$ ***(септембар 2017.)***

7. Нека је A произвољна реална квадратна матрица реда n. Заокружити слова испред тачних тврђења:

а) $\det A \neq 0 \Leftrightarrow \operatorname{rang} A = n$;

б) $\operatorname{rang} A = 0 \Leftrightarrow \det A = 0$;

в) $\operatorname{rang} A < n \Rightarrow \det A = 0$;

г) $\operatorname{rang} A = \operatorname{rang} A^{\mathrm{T}}$;

д) ниједно од претходних тврђења није тачно. ***(јул 2017.)***

8. Нека је A матрица система линеарних алгебарских једначина са n непознатих и m једначина, а B проширена матрица истог система. Заокружити слова испред тачних тврђења:

а) ако је $\operatorname{rang} A = \operatorname{rang} B = n$, онда је систем одређен;

б) ако је $\operatorname{rang} A = \operatorname{rang} B < n$, онда је систем неодређен;

в) систем је сагласан ако и само ако је $n = m$;

г) систем је сагласан ако и само ако је $\operatorname{rang} A = \operatorname{rang} B$;

д) ниједно од претходних тврђења није тачно. ***(фебруар 2017.)***

9. Одредити ранг матрица $A=\begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 & -4 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ -2 & 4 & -6 & 8 \end{bmatrix}$ и $B=\begin{bmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \\ 3 & 6 & 9 \end{bmatrix}$. $(\operatorname{rang} A = 2, \operatorname{rang} B = 2)$ ***(јун 2016.)***

10. Заокружити слова испред тачних тврђења:

а) заменом места двема врстама матрице, њен ранг се не мења;

б) за све квадратне матрице A и B истог реда, важи $\operatorname{rang}(A \cdot B) = \operatorname{rang}(B \cdot A)$;

в) ако је ранг матрице A једнак k, $k \in \mathbb{N}$, онда матрица A има k линеарно независних врста;

г) ниједно од претходних тврђења није тачно. ***(фебруар 2016.)***

11. У зависности од вредности реалног параметра a, одредити ранг матрице $A=\begin{bmatrix} 2 & -5 & -2 \\ 1 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & a \end{bmatrix}$.

$$\operatorname{rang} A = \begin{cases} 3, & a \neq 2 \\ 2, & a = 2 \end{cases}$$

(јануар 2016.)

2. ИСПИТНИ ЗАДАЦИ (25)

1. **[8]** У зависности од вредности реалног параметра k, применом Кронекер – Капелијеве теореме дискутовати, а затим решити систем линеарних алгебарских једначина

$$\begin{aligned} x+\ y+kz&=1\\ x+ky+\ z&=k\\ kx+\ y+\ z&=k^2\\ kx+ky+kz&=k^3. \end{aligned} \qquad \begin{cases} k\neq 0 \wedge k\neq \pm 1 \Rightarrow 3=\operatorname{rang} A\neq \operatorname{rang} B=4\\ k=0 \Rightarrow x=\dfrac{1}{2},\ y=\dfrac{1}{2},\ z=-\dfrac{1}{2}\\ k=-1 \Rightarrow x=0,\ y=1,\ z=0\\ k=1 \Rightarrow x=\alpha,\ y=\beta,\ z=1-\alpha-\beta,\ \alpha,\beta\in\mathbb{R} \end{cases}$$

(октобар 2018.)

2. **[8]** У зависности од вредности реалних параметара a и b, применом Кронекер – Капелијеве теореме дискутовати, а затим решити систем линеарних алгебарских једначина

$$\begin{aligned} x+y+\quad z&=0\\ x+ay+a^2z&=1\\ ax+\ y+a^2z&=b. \end{aligned} \qquad \begin{cases} a\neq 1 \wedge a\neq -\dfrac{1}{2} \Rightarrow x=\dfrac{ab-a-1}{2a^2-a-1},\ y=-\dfrac{ab+b-a}{2a^2-a-1},\ z=\dfrac{b+1}{2a^2-a-1}\\ a=1 \Rightarrow 1=\operatorname{rang} A\neq \operatorname{rang} B=2\\ a=-\dfrac{1}{2} \wedge b=-1 \Rightarrow x=\alpha+\dfrac{4}{3},\ y=\alpha,\ z=-2\alpha-\dfrac{4}{3},\ \alpha\in\mathbb{R}\\ a=-\dfrac{1}{2} \wedge b\neq -1 \Rightarrow 2=\operatorname{rang} A\neq \operatorname{rang} B=3 \end{cases}$$

(септембар 2017.)

3. **[8]** У зависности од вредности реалних параметара a и b, применом Кронекер – Капелијеве теореме дискутовати, а затим решити систем линеарних алгебарских једначина

$$\begin{aligned} ax+\qquad by+\qquad 2z&=1\\ ax\ +(2b\text{-}1)y+\qquad 3z&=1\\ ax+\qquad by+(b+3)z&=2b-1. \end{aligned} \qquad \begin{cases} a=0 \wedge b\neq 1 \wedge b\neq 5 \Rightarrow 2=\operatorname{rang} A\neq \operatorname{rang} B=3\\ a=0 \wedge b=1 \Rightarrow x=\alpha,\ y=1,\ z=0,\ \alpha\in\mathbb{R}\\ a=0 \wedge b=5 \Rightarrow x=\alpha,\ y=-\dfrac{1}{3},\ z=\dfrac{4}{3},\ \alpha\in\mathbb{R}\\ a\neq 0 \wedge b=1 \Rightarrow x=\alpha,\ y=1-a\alpha,\ z=0,\ \alpha\in\mathbb{R}\\ a\neq 0 \wedge b=-1 \Rightarrow 2=\operatorname{rang} A\neq \operatorname{rang} B=3\\ a\neq 0 \wedge b\neq 1 \wedge b\neq -1 \Rightarrow x=\dfrac{5-b}{a(b+1)},\ y=-\dfrac{2}{b+1},\ z=\dfrac{2(b-1)}{b+1} \end{cases}$$

(јул 2017.)

(Збирка задатака из Алгебре - други део, група аутора, задатак бр. 7)

4. **[8]** У зависности од вредности реалног параметра k, применом Кронекер – Капелијеве теореме дискутовати, а затим решити систем линеарних алгебарских једначина

$$\begin{aligned}(k-1)x+y+(1-k)z&=0\\ -x+y+\qquad z&=1\\ (1+k)x+y+(k+1)z&=2.\end{aligned} \qquad \begin{cases} k=-1 \Rightarrow x=1+\alpha,\ y=2,\ z=\alpha,\ \alpha\in\mathbb{R}\\ k=0 \Rightarrow 2=\operatorname{rang} A\neq \operatorname{rang} B=3\\ k\neq -1 \wedge k\neq 0 \Rightarrow x=0,\ y=\dfrac{k-1}{k},\ z=\dfrac{1}{k}\end{cases}$$

(јун 2017.)

5. **[10]** У зависности од вредности реалних параметара a и b, применом Кронекер – Капелијеве теореме дискутовати, а затим решити систем линеарних алгебарских једначина

$$\begin{aligned}2x+ay+3z+t&=1\\ x+(3a\text{-}12)y+2z+t&=2\\ 6x+14y+(3a-7)z+2t&=b-3.\end{aligned}$$

$$\begin{cases} a=5\wedge b=3 \Rightarrow x=1-\alpha-2\beta,\ y=\beta,\ z=\alpha,\ t=3-\alpha-\beta\ \ \alpha,\beta\in\mathbb{R}\\ a=5\wedge b\neq 3 \Rightarrow 2=\operatorname{rang} A\neq \operatorname{rang} B=3\\ a\neq 5 \Rightarrow x=\dfrac{-6a-b+33}{3(a-5)}+\dfrac{2\alpha(3a-17)}{3},\ y=\alpha,\ z=-\dfrac{2\alpha}{3}+\dfrac{b-3}{3(a-5)},\ t=\dfrac{74-15a}{3}\alpha+\dfrac{9a-b-42}{3(a-5)}\end{cases}$$

(фебруар 2017.)

6. **[8]** У зависности од вредности реалног параметра k, применом Кронекер – Капелијеве теореме дискутовати, а затим решити систем линеарних алгебарских једначина

$$\begin{aligned}x+y+z&=3\\ x-ky+2z&=1\\ 2x+2y-kz&=6.\end{aligned} \qquad \begin{cases} k=-2 \Rightarrow x=5,\ y=\alpha,\ z=-2-\alpha,\ \alpha\in\mathbb{R}\\ k=-1 \Rightarrow 2=\operatorname{rang} A\neq \operatorname{rang} B=3\\ k\neq -1\wedge k\neq -2 \Rightarrow x=\dfrac{3k+1}{k+1},\ y=\dfrac{2}{k+1},\ z=0\end{cases}$$

(октобар 2016.)

7. **[8]** У зависности од вредности реалног параметра k, применом Кронекер – Капелијеве теореме дискутовати, а затим решити систем линеарних алгебарских једначина

$$\begin{aligned}2x-y\qquad+28t&=3\\ -x\qquad+z+16t&=1\\ 5x-3y+z+k^2t&=k.\end{aligned} \qquad \begin{cases} k=-10 \Rightarrow 2=\operatorname{rang} A\neq \operatorname{rang} B=3\\ k=10 \Rightarrow x=-1+\alpha+16\beta,\ y=-5+2\alpha+60\beta,\ z=\alpha,\ t=\beta,\ \alpha,\beta\in\mathbb{R}\\ k\neq -10\wedge k\neq 10 \Rightarrow x=\dfrac{-k+6}{k+10}+\alpha,\ y=\dfrac{10-5k}{k+10}+2\alpha,\ z=\alpha,\ t=\dfrac{1}{k+10},\ \alpha,\beta\in\mathbb{R}\end{cases}$$

(јун 2016.)

8. **[11]** У зависности од вредности реалних параметара a и $b,$ применом Кронекер – Капелијеве теореме дискутовати, а затим решити систем линеарних алгебарских једначина

$$\begin{aligned} x+\quad y-z+\ t&=2\\ ax+\quad y+z+\ t&=-3\\ 4x+2y\qquad +2t&=b. \end{aligned}\qquad \begin{cases} a=3\wedge b=-1\Rightarrow x=\alpha,\ y=-\dfrac{1}{2}-\beta-2\alpha,\ z=-\dfrac{5}{2}-\alpha,\ t=\beta,\ \alpha,\beta\in\mathbb{R}\\ a=3\wedge b\neq -1\Rightarrow 2=\operatorname{rang}A\neq\operatorname{rang}B=3\\ a\neq 3\Rightarrow x=\dfrac{b+1}{3-a},\ y=\dfrac{ab+b+4}{2(a-3)}-\alpha,\ z=\dfrac{ab-4a-b+14}{2(a-3)},\ t=\alpha,\ \alpha\in\mathbb{R} \end{cases}$$

(септембар 2015.)

9. **[9]** У зависности од вредности реалног параметра $k,$ применом Кронекер – Капелијеве теореме дискутовати, а затим решити систем линеарних алгебарских једначина

$$\begin{aligned} x+\ y+\ z+kt&=1\\ x+\ y+kz+\ t&=-1\\ x+ky+\ z+\ t&=0\\ kx+\ y+\ z+\ t&=0. \end{aligned}\qquad \begin{cases} k=1\Rightarrow 1=\operatorname{rang}A\neq\operatorname{rang}B=2\\ k\neq 1\wedge k\neq -3\Rightarrow x=0,\ y=0,\ z=\dfrac{-1}{k-1},\ t=\dfrac{1}{k-1}\\ k=-3\Rightarrow x=\alpha-\dfrac{1}{4},\ y=\alpha-\dfrac{1}{4},\ z=\alpha,\ t=\alpha-\dfrac{1}{2},\ \alpha\in\mathbb{R} \end{cases}$$

(јул 2015.)

(Збирка задатака из Алгебре - други део, група аутора, задатак бр. 53)

10. **[8]** У зависности од вредности реалног параметра $k,$ применом Кронекер – Капелијеве теореме дискутовати, а затим решити систем линеарних алгебарских једначина

$$\begin{aligned} 2x-\ y+3z&=1\\ -x+4y+z&=0\\ kx+3y+4z&=k\\ 7y+5z&=1. \end{aligned}\qquad \begin{cases} k=1\Rightarrow x=\alpha,\ y=\dfrac{5\alpha-1}{13},\ z=\dfrac{4-7\alpha}{13},\ \alpha\in\mathbb{R}\\ k\neq 1\Rightarrow x=1,\ y=\dfrac{4}{13},\ z=-\dfrac{3}{13} \end{cases}$$

(јун 2015.)

11. **[8]** У зависности од вредности реалног параметра $k,$ применом Кронекер – Капелијеве теореме дискутовати, а затим решити систем линеарних алгебарских једначина

$$\begin{aligned} (1-k)x+(2k+1)y+(2k+2)z&=k\\ kx+ky&=2k+2\\ 2x+(k+1)y+(k-1)z&=k^2-2k+9. \end{aligned}$$

$$\begin{cases} k=0\vee k=2\Rightarrow 2=\operatorname{rang}A\neq\operatorname{rang}B=3\\ k=1\Rightarrow x=\dfrac{11+4\alpha}{3},\ y=\dfrac{1-4\alpha}{3},\ z=\alpha,\ \alpha\in\mathbb{R}\\ k\neq 0\wedge k\neq 1\wedge k\neq 2\Rightarrow x=\dfrac{-2k^3+k^2-4k-6}{k(2-k)},\ y=\dfrac{2k^3-3k^2+6k+10}{k(2-k)},\ z=\dfrac{-3k^3+6k^2-12k-2}{k(2-k)} \end{cases}$$

(Збирка задатака из Алгебре - други део, група аутора, задатак бр. 3) ***(фебруар 2015.)***

12. **[9]** У зависности од вредности реалних параметара a и b, применом Кронекер – Капелијеве теореме дискутовати, а затим решити систем линеарних алгебарских једначина

$$\begin{aligned} ax + \ \ by + \ z &= 1 \\ x + aby + \ z &= b \\ x + \ \ by + az &= 1. \end{aligned} \quad \begin{cases} b=0 \vee (a=1 \wedge b \neq 1) \vee (a=-2 \wedge b \neq -2) \Rightarrow \text{систем нема решење} \\ a=b=1 \Rightarrow x=\alpha,\ y=\beta,\ z=1-\alpha-\beta,\ \alpha,\beta \in \mathbb{R} \\ a=b=-2 \Rightarrow x=-1-2\alpha,\ y=\alpha,\ z=-1-2\alpha,\ \alpha \in \mathbb{R} \\ a \neq 1 \wedge a \neq -2 \wedge b \neq 0 \Rightarrow x=\dfrac{a-b}{(1-a)(2+a)},\ y=\dfrac{2-b-ab}{b(1-a)(2+a)},\ z=\dfrac{b-a}{(1-a)(2+a)} \end{cases}$$

(Збирка задатака из Алгебре - други део, група аутора, задатак бр. 8) ***(септембар 2014.)***

13. **[8]** У зависности од вредности реалног параметра k, применом Кронекер – Капелијеве теореме дискутовати, а затим решити систем линеарних алгебарских једначина

$$\begin{aligned} x + \ y - \ \ z + \ t &= 2 \\ 2x + 3y - \ 3z + 4t &= 3 \\ -2x + (k+1)z + 2t &= k-5 \\ 2x + \ y - \ z \qquad &= k^2+4. \end{aligned} \quad \begin{cases} k \neq 1 \wedge k \neq -1 \Rightarrow \text{систем нема решење} \\ k=1 \Rightarrow x=3+\alpha,\ y=-2\alpha,\ z=1,\ t=\alpha,\ \alpha \in \mathbb{R} \\ k=-1 \Rightarrow x=3+\beta,\ y=-1+\alpha-2\beta,\ z=\alpha,\ t=\beta,\ \alpha,\beta \in \mathbb{R} \end{cases}$$

(јул 2014.)

(Збирка задатака из Алгебре - други део, група аутора, задатак бр. 45)

14. **[11]** У зависности од вредности реалног параметра k, применом Кронекер – Капелијеве теореме дискутовати, а затим решити систем линеарних алгебарских једначина

$$\begin{aligned} x + 2y \qquad + \ 3z \qquad + kt &= 0 \\ x + 2y \qquad + (k+2)z + 2t &= 0 \\ x + (k+1)y + 3z \qquad + 2t &= 0 \\ kx + 2y \qquad + 3z \qquad + 4t &= 0. \end{aligned} \quad \begin{cases} k=1 \Rightarrow x=-2\alpha-3\beta,\ y=\alpha,\ z=\beta,\ t=0,\ \alpha,\beta \in \mathbb{R} \\ k=2 \Rightarrow x=-2\alpha,\ y=z=0,\ t=\alpha,\ \alpha \in \mathbb{R} \\ k=-7 \Rightarrow x=11\alpha,\ y=z=9\alpha,\ t=8\alpha,\ \alpha \in \mathbb{R} \\ k \neq 1 \wedge k \neq 2 \wedge k \neq -7 \Rightarrow x=y=z=t=0 \end{cases}$$

(јун 2014.)

15. **[8]** У зависности од вредности реалног параметра k, применом Кронекер – Капелијеве теореме дискутовати, а затим решити систем линеарних алгебарских једначина

$$\begin{aligned} (k+5)x + (2k+1)y - 9z &= 3k+9 \\ 2x \quad + \quad ky - 3z &= k+3 \\ 4x \quad + (k+1)y - (5+k)z &= k+7. \end{aligned} \quad \begin{cases} k=1 \Rightarrow x=\alpha,\ y=4-2\alpha+3\beta,\ z=\beta,\ \alpha,\beta \in \mathbb{R} \\ k=-5 \Rightarrow 2=\operatorname{rang} A \neq \operatorname{rang} B=3 \\ k \neq 1 \wedge k \neq -5 \Rightarrow x=\dfrac{k+6}{k+5},\ y=\dfrac{k+6}{k+5},\ z=-\dfrac{1}{k+5} \end{cases}$$

(јануар 2014.)

16. **[8]** У зависности од вредности реалног параметра $k,$ применом Кронекер – Капелијеве теореме дискутовати, а затим решити систем линеарних алгебарских једначина

$$\begin{aligned} kx+\ y+\ z&=1\\ x+ky+\ z&=k\\ x+\ y+kz&=k^2. \end{aligned} \qquad \begin{cases} k=-2 \Rightarrow 2=\operatorname{rang} A \neq \operatorname{rang} B=3 \\ k=1 \Rightarrow x=\alpha,\ y=\beta,\ z=1-\alpha-\beta,\ \alpha,\beta\in\mathbb{R} \\ k\neq 1 \wedge k\neq -2 \Rightarrow x=-\dfrac{k+1}{k+2},\ y=\dfrac{1}{k+2},\ z=\dfrac{(k+1)^2}{k+2} \end{cases}$$

(*јануар2010.*)

(Збирка задатака из Алгебре - други део, група аутора, задатак бр. 2)

17. **[8]** Дат је систем линеарних алгебарских једначина

$$\begin{aligned} 3x+2y+\ z&=5\\ 2x+3y+\ z&=1\\ 2x+\ y+3z&=11\\ 8x\qquad +3z&=k^2. \end{aligned}$$

а) Решити систем у случају када је $k=0$. (систем нема решење)

б) Наћи све вредности реалног параметра k за које је систем сагласан. $(k=5$ или $k=-5)$

в) За неку од вредности параметра k добијених под ***б)*** решити систем. $(x=2,\ \mathrm{y}=-2,\ z=3)$

(Збирка задатака из Алгебре - други део, група аутора, задатак бр. 1) ***(октобар 2009.)***

18. **[6]** У зависности од вредности реалног параметра $a,$ одредити ранг матрице

$$A=\begin{bmatrix} 3+a & 0 & 0 & 0\\ 0 & 3+a & 0 & 3+a\\ 0 & a & 1+a & 6+3a\\ 0 & 3 & 2 & -3-2a \end{bmatrix}. \qquad \operatorname{rang} A=\begin{cases} 1, & a=-3\\ 4, & a\neq -3 \end{cases}$$

(октобар 2013.)

19. **[8]** У зависности од вредности реалног параметра $a,$ одредити ранг матрице $A=\begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 & 4\\ 4 & a & 10 & 1\\ 7 & 1 & 17 & 10\\ 2 & 2 & 4 & 5 \end{bmatrix}.$

За ону вредност параметра a за коју је ранг најмањи, одредити међусобну зависност врста матрице.

$$\operatorname{rang} A=\begin{cases} 3, & a=0 \Rightarrow v_2-4v_1+7v_4-2v_3=0\\ 4, & a\neq 0 \end{cases}$$

(Збирка задатака из Алгебре - други део, група аутора, задатак бр. 42) ***(јул 2013.)***

20. **[6]** У зависности од вредности реалног параметра a, одредити ранг матрице $A=\begin{bmatrix} 1 & a & -1 & 2 \\ 2 & -1 & a & 5 \\ 1 & 10 & -6 & 1 \end{bmatrix}$.

За ону вредност параметра a за коју је ранг најмањи, одредити међусобну зависност врста матрице.

$$\operatorname{rang} A=\begin{cases} 2, a=3 \Rightarrow -3v_1+v_2+v_3=0 \\ 3, a\neq 3 \end{cases}$$

(Збирка задатака из Алгебре - други део, група аутора, задатак бр. 33(в)) ***(фебруар 2013.)***

21. **[8]** У зависности од вредности реалног параметра a, одредити ранг матрице $A=\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -3 & 2 & a \\ 2 & -3 & -6 \end{bmatrix}$.

За ону вредност параметра a за коју је ранг најмањи, одредити међусобну зависност врста матрице.

$$\operatorname{rang} A=\begin{cases} 2, a=5 \Rightarrow v_1+v_2+v_3=0 \\ 3, a\neq 5 \end{cases}$$

(јул 2011.)

22. **[8]** У зависности од вредности реалног параметра a, одредити ранг матрице $A=\begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 3 & a \\ 1 & a & 3 \end{bmatrix}$.

За ону вредност параметра a за коју је ранг најмањи, одредити међусобну зависност врста матрице.

$$\operatorname{rang} A=\begin{cases} 2, a=2 \vee a=-3 \\ 3, a\neq 2 \wedge a\neq -3 \end{cases} \qquad \begin{matrix} \text{за } a=2 \Rightarrow v_1-v_2+v_3=0 \\ \text{за } a=-3 \Rightarrow -9v_1+4v_2+v_3=0 \end{matrix}$$

(септембар 2010.)

23. **[9]** У зависности од вредности реалног параметра a, одредити ранг матрице $A=\begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 2 \\ a & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 3 & -3 \\ 4 & 2 & 0 & a \end{bmatrix}$.

За ону вредност параметра a за коју је ранг најмањи, одредити међусобну зависност врста матрице.

$$\operatorname{rang} A=\begin{cases} 2, a=3 \Rightarrow v_4=3v_1+v_3, v_2=2v_1+v_3 \\ 4, a\neq 3 \end{cases}$$

(Збирка задатака из Алгебре - други део, група аутора, задатак бр. 33(а)) ***(јул 2010.)***

24. **[6]** Одредити вредност реалног параметра k за коју су вектори $(2,k,-4)$, $(0,k+2,-8)$ и $(1,-1,k-1)$ линеарно зависни у $\mathbb{R}^3$.

$(k=3$ или $k=-2)$ ***(септембар 2009.)***

25. **[9]** У зависности од вредности реалног параметра k испитати линеарну зависност у $\mathbb{R}^3$ вектора $v_1=(1-k,2,6)$, $v_2=(-1,1,3)$, $v_3=(2,2,2)$ и $v_4=(1,3,5)$, а затим одредити облик те линеарне зависности.

$$\begin{cases} k=3 \Rightarrow v_1=2v_2, v_3=-v_2+v_4 \\ k\neq 3 \Rightarrow v_3=-v_2+v_4 \end{cases}$$

(јул 2014.)